



# Digital Fabrication Education Using Mathematical Modeling and Parametric Design with Mathematica

2026 Mathematica Conference at Seoul

Hyeonjin Doh, Seoul Science High School

10 Mar. 2026 at Korea University

# Outline

## Mathematica Class at SSHS

- Seoul Science High School
- Mathematica Class for Students
- Mathematica at Physics Class
- Mathematica in Student Research



# 서울과학고등학교

Seoul Science High School for gifted students

- 1989년 개교
- 2008년 영재학교 전환  
(2009년 신입생 부터)



지구 혜화로 63  
02-741-1368

▶ 걸어서 약 10분  
국민생활관 앞 하차  
국민생활관 앞 하차



과학영재학교  
**서울과학고등학교**  
SEOUL SCIENCE HIGH SCHOOL

## ◦ 학생 현황

(2025. 3. 기준)

학 년	1학년	2학년	3학년	전 체
학급 수	8	8	8	24
학생 수 (남/여)	129명 (116/13)	126명 (119/7)	124명 (120/4)	379명 (355/24)
학급 당 평균 학생 수	15.8			

## ◦ 교직원 현황

(단위: 명)

구 분	교 원					
직 위	교 장	교 감	도덕·윤리	국 어	역 사	일반사회
인 원	1	1	1	6	2	1

구 분	교 원							
직 위	수 학	물 리	화 학	생 물	지구과학	체 육	음 악	미 술
인 원	15	11	8	8	6	2	1	1

구 분	교 원									
직 위	영 어	중국어	정보·컴퓨터	보 건	진로·진학	전문·상담	영 양	계	일반직·공무직	총 계
인 원	6	1	6	1	1	1	2	82	41	123

# 서울과학고등학교 Mathematica 수업

Mathematica Classes at Seoul Science High School

- 고등학생 : 창의융합특강II/전산물리학
  - 15주 30시간 (주 2시간)
- 중학생 : 영재원교육을 통한 2~3시간 Online Lecture
- 발명교실 : 초중등 대상 3시간
- 교사 : 교원학습공동체

# 영재원의 Mathematica 교육

## Mathematica Classes at Seoul Science High School

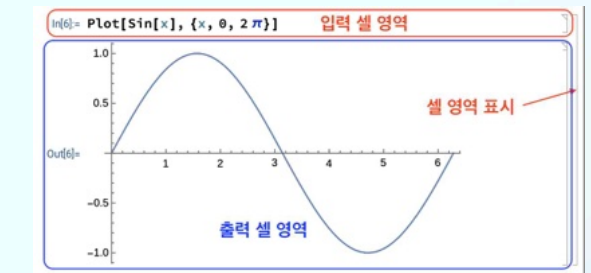
- 대상  
중2, 3학년

- 자원  
Mathematica Online

- 형식  
2~3 hour Online Lecture

- 수업내용
  - 기호계산
  - 수식의 인수분해와 전개
  - 방정식 풀기
- 시각화
  - 2차원, 3차원 그래프 그리기
  - 애니메이션
  - Manipulate

다. 예) Plot, Pi, Cos, Draw  
 • 함수의 괄호는 모두 대괄호([ ])를 사용한다.  
 예) Cos[x], Sin[x]  
 • 목록, 변수의 범위의 경우 모두 중괄호({ })를 사용한다.  
 예) Plot[Sin[x], {x, 0, 2π}]  
 • 배열의 참조는 대괄호를 두 개 사용한다. 예) a[[3]], mylist[[5]][[2]]  
 • 셀 단위로 실행하며, 셀은 [그림17]과 같이 오른쪽에 있는 각괄호가 감싼 영역을 말하며, "In[n]:" 시작하는 것은 n번째 입력 셀이며, "Out[n]:"로 시작하는 부분은 n번째 출력 셀이다.  
 • 계산을 실행하려면, 실행하고자 하는 입력 셀에 커서를 위치 시킨 후, 시프트키(shift key)를 누른 후 엔터키(enter key)를 입력한다. 계산이 진행되는 도중에는 오른쪽의 입력 셀 영역을 표시하는 회색 격인 라인에 굵게 변한다. 이때 한 번에 하나의 셀만 계산할 수 있다.  
 • 변수에 값을 대입할 때는 "="을 쓰고, 같다는 것을 의미하는 하는 것은 "=="을 쓴다.  
 예) "a=b" b의 값을 a에 넣어 줌.  
 "a=b" a의 값과 b의 값이 같은 면 참(True), 다르면 거짓(False)  
 • 기존의 변수를 초기화 시킬 필요가 있을 경우, "Clear["Global\*"]"를 입력합니다. Clear는 변수 값을 지우는 함수입니다.  
 • 하나의 셀 안에 여러 계산을 넣을 때, 중간 계산 과정을 보이고 싶지 않으면 각 계산의 끝에 ";"을 붙인다.  
 • 계산을 도중에 중단할 때는 "Alt+."를 입력한다.  
 • 주석처리는 괄호와 별을 사용한다. 예) (\* 이 안에 있는 것은 주석으로 실행되지 않습니다. \*)



[그림17] Mathematica의 셀, 오른쪽의 연한 회색으로 격인 라인이 셀의 범위를 나타낸다.

4) 수식 입력  
 • Mathematica Online판은 키보드 단축키로 수식 기호를 입력할 수 없다. 상단의 "Insert" 메뉴에서 Special Character를 선택한다.  
 • Mathematica Desktop 버전에서 특수문자 입력에 대한 정보는 Mathematica 문서에서 찾아 볼 수 있다. 문서에서 "Notebook Documents & Presentation"를 클릭하여 "Mathematical Typesetting"을 선택한다.  
 • 특수문자 입력은 esc키를 이용한다. esc를 누르면 : 기호가 생긴다. 여기에 아래 문자를 입력하고 다시 esc 키를 누르면 입력한 문자가 특수 문자로 바뀐다.

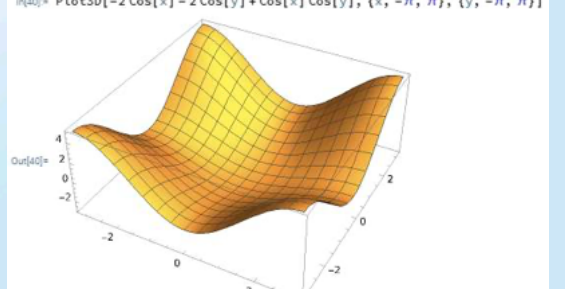
특수문자	$\alpha$	$\beta$	$\pi$	$\div$	$\in$	$\infty$	$^{\circ}$	$\neq$
esc + 문자	a 또는 alpha	b 또는 beta	p 또는 pi	div	elem	inf	deg	!=

나. 학생탐구활동

- 수식 계산
  - 사칙연산
    - 계산기처럼 숫자와 연산 기호를 넣고, shift키와 엔터를 같이 누르면 결과가 계산되어 나온다.
    - 나누기는 약분한다.
    - 제곱근은 제곱에 해당하는 것만 제곱근 밖으로 빼 준다.

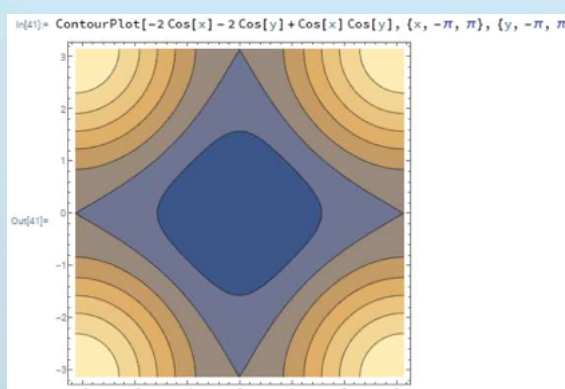
입력 셀에 수식을 넣고 shift키와 enter키를 누른다.	내용
In[1]:= 35 + 56 Out[1]:= 91	더하기
In[2]:= 345 * 841 Out[2]:= 290 145	곱하기
In[3]:= 126 / 32 Out[3]:= 63 / 16	나누기는 약분만 해준다.
In[4]:= 3 / 5 - 1 / 6 Out[4]:= 13 / 30	분수 계산은 통분해서 해준다.
In[5]:= π / 3 Out[5]:= π / 3	π는 계산하지 않고 그대로 나온다.
In[6]:= √98 Out[6]:= 7√2	제곱근은 제곱 성분만 빼 준다.

[변수2, 변수2의 범위]. 옵션  
 - 옵션 : PlotPoints, PlotStyle, PlotLabel, AxesLabel



[그림21]  $f(x,y) = -2\cos x - 2\cos y + \cos x \cos y$ 를  $-\pi \leq x \leq \pi$ ,  $-\pi \leq y \leq \pi$ 에 대한 그래프

- ContourPlot을 이용한 등고선 그래프
  - 형식 : Plot3D와 기본적으로 같음. ContourPlot[2개 변수의 함수, {변수1, 변수1의 범위}, {변수2, 변수2의 범위}, 옵션]
  - 옵션 : Contours



[그림22]  $f(x,y) = -2\cos x - 2\cos y + \cos x \cos y$ 를  $-\pi \leq x \leq \pi$ ,  $-\pi \leq y \leq \pi$ 에 대한 등고선 그래프

- ParametricPlot3D를 이용한 그래프 : ParametricPlot의 3차원 버전. 매개 변수가 1개이면, 3차원 공간에 곡선을 그리고, 매개 변수가 2개이면, 3차원

# 서울과학고 대상 Mathematica 수업

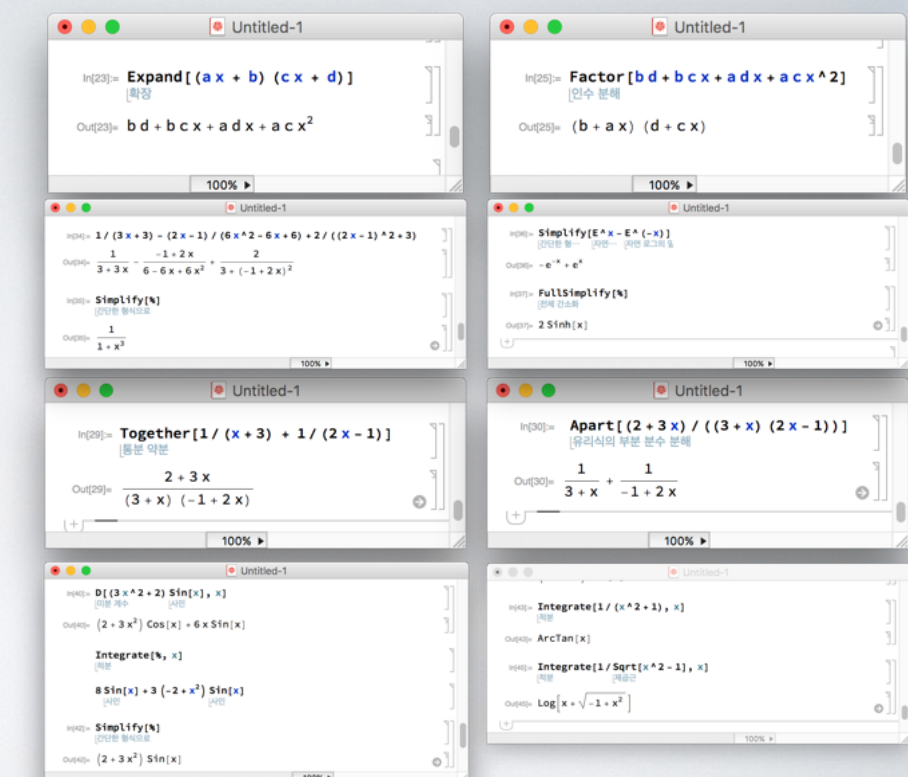
## Mathematica Classes at Seoul Science High School

- 대상 : 2,3학년
- 형식 : 30시간 수업
  - 정규학기 15주
  - 기간 : 2017~2025, 계절학기 6회, 정규학기 3회
- 자원
  - Site License : 연간 계약 학생 300명, 교원 90명 무제한 사용

- 수업내용
  - 기호계산
    - 수식의 인수분해와 전개
    - 방정식 풀기
    - 미적분
    - 벡터
  - 시각화
    - 2차원, 3차원 그래프 그리기
    - 2차원, 3차원 그래픽 구현
    - Animate & Manipulate
  - Programming - 함수와 Module, Map, List..

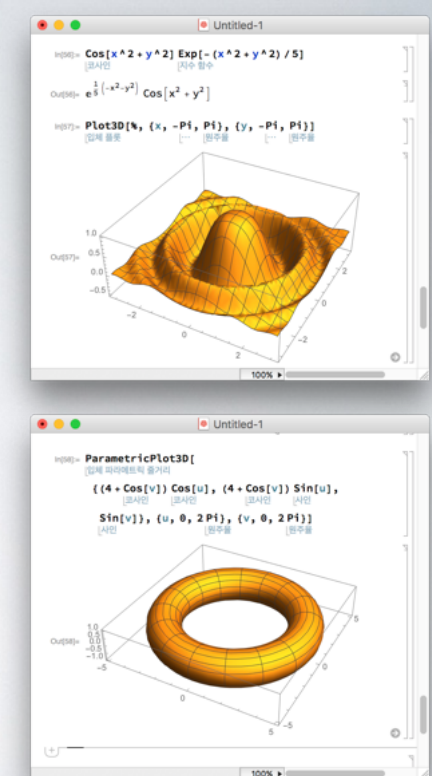
### 기호계산들

- Expand, Factor 전개와 인수분해
- Simplify, FullSimplify 마법의 명령어
- Together, Apart 분수의 통분, 분해.
- D, Integrate 미분과 적분



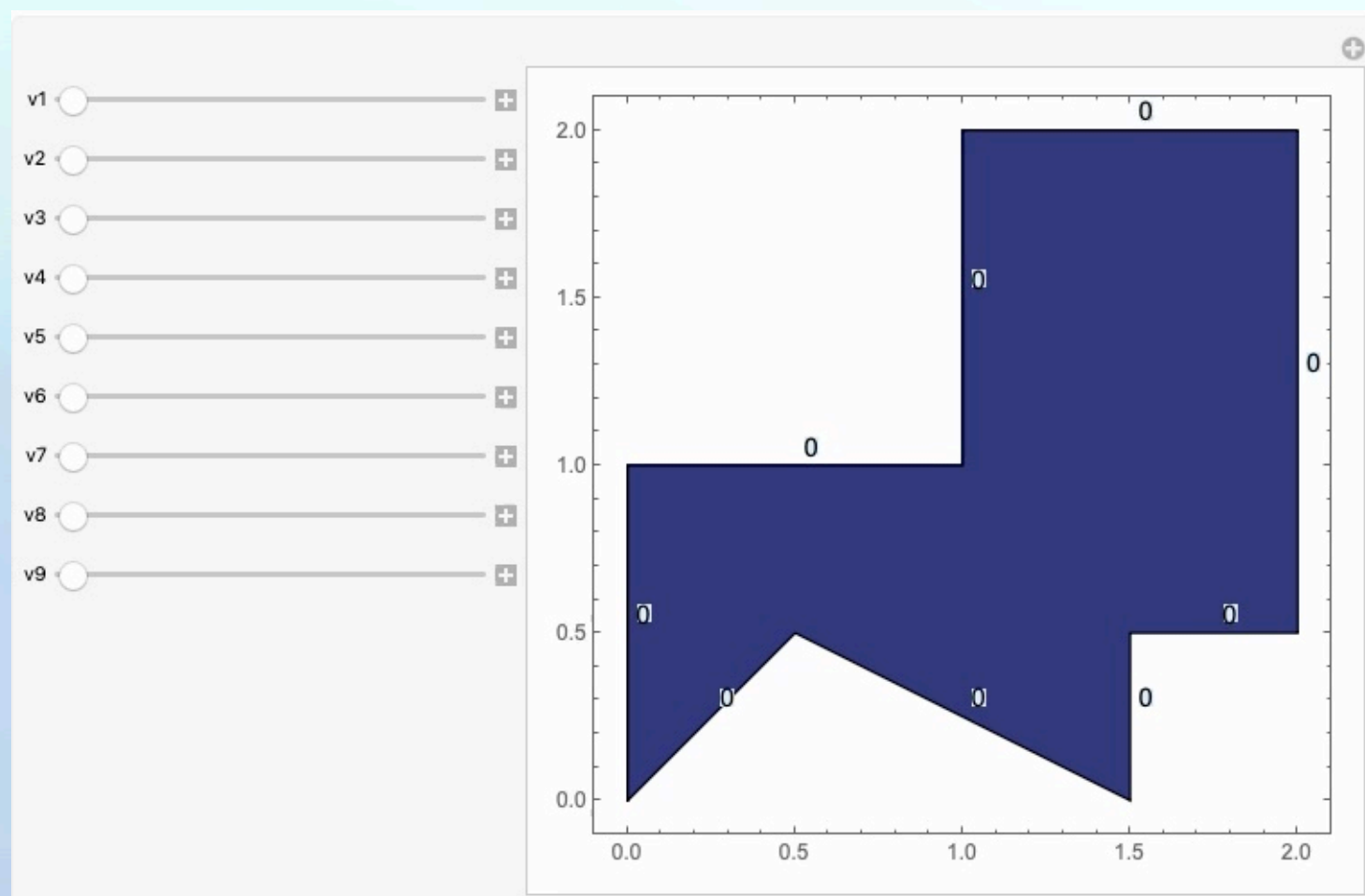
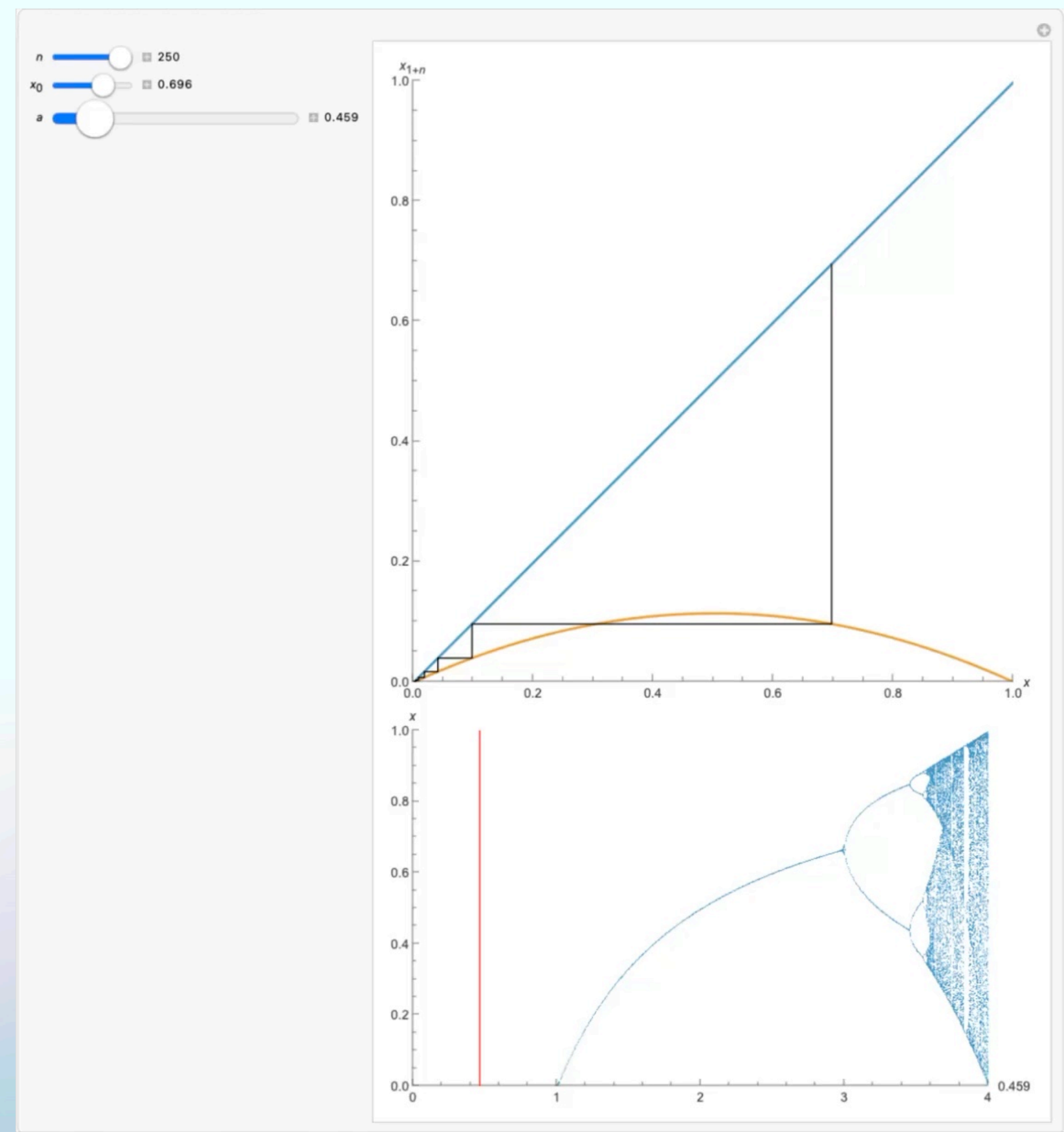
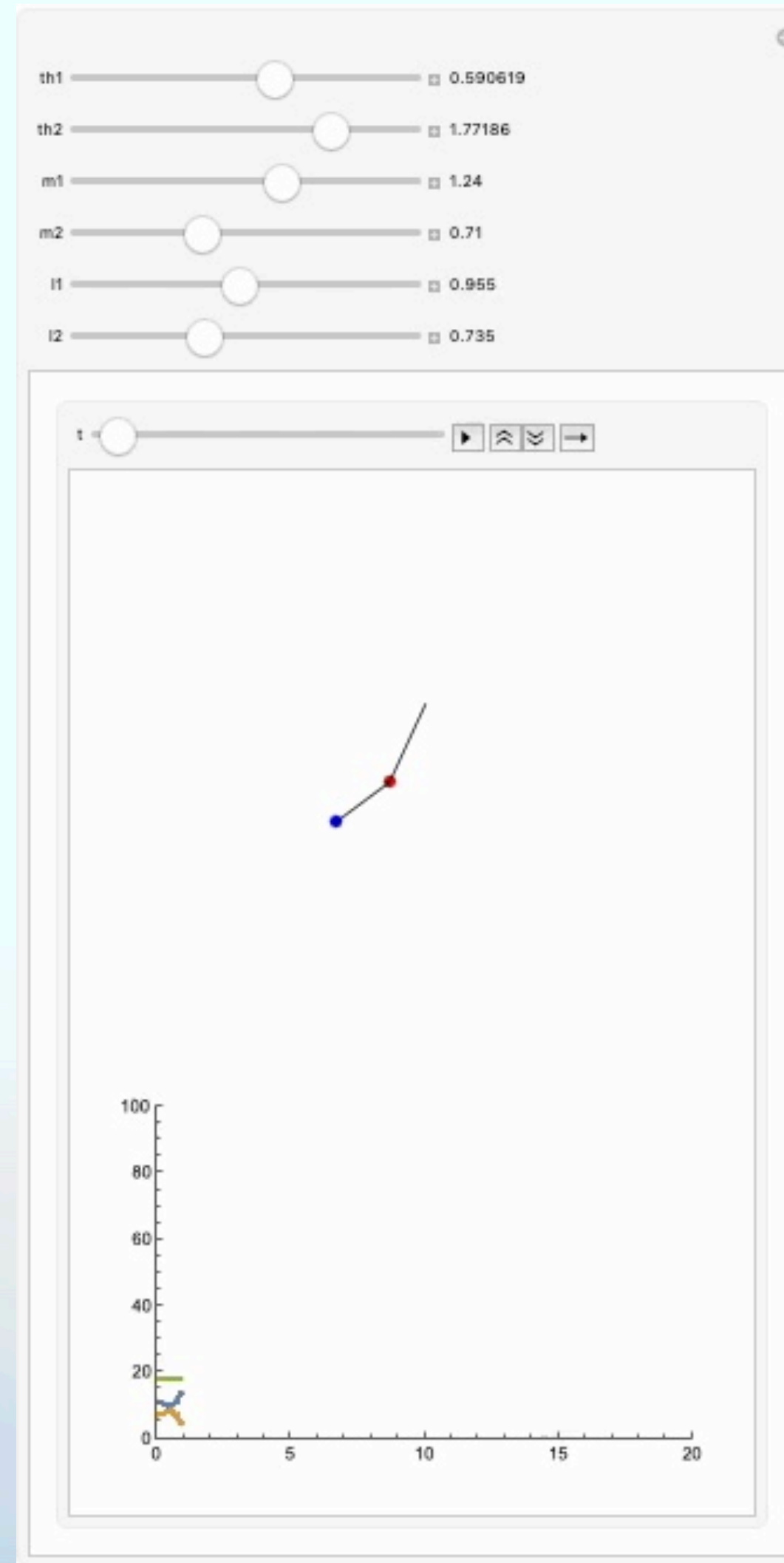
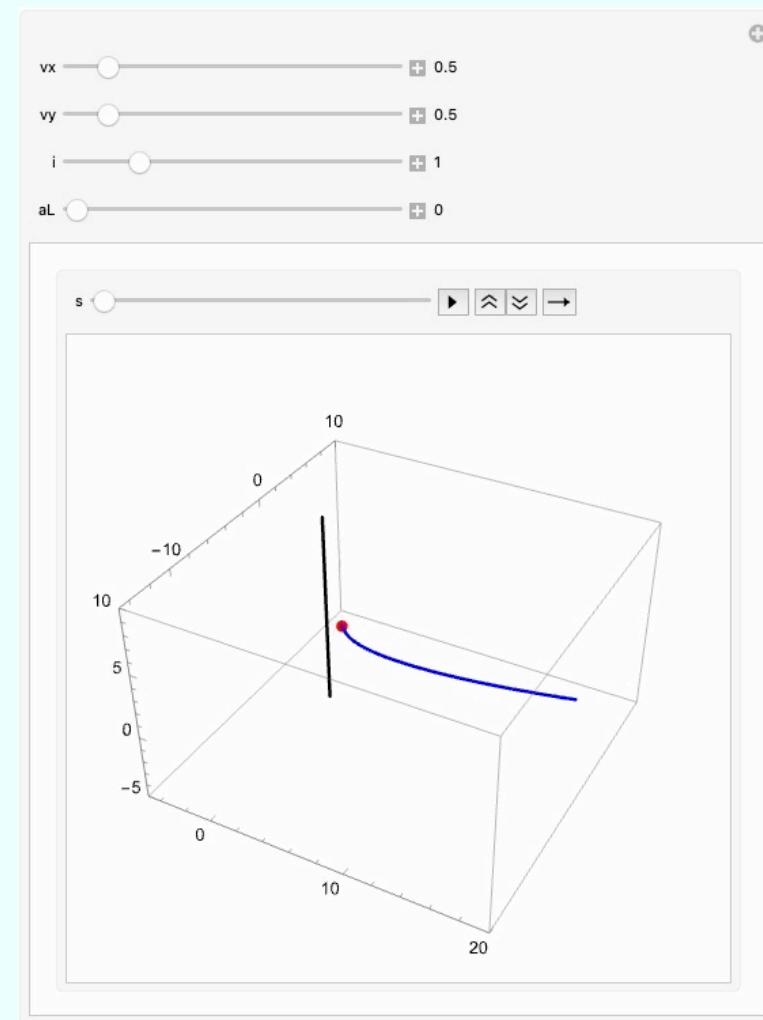
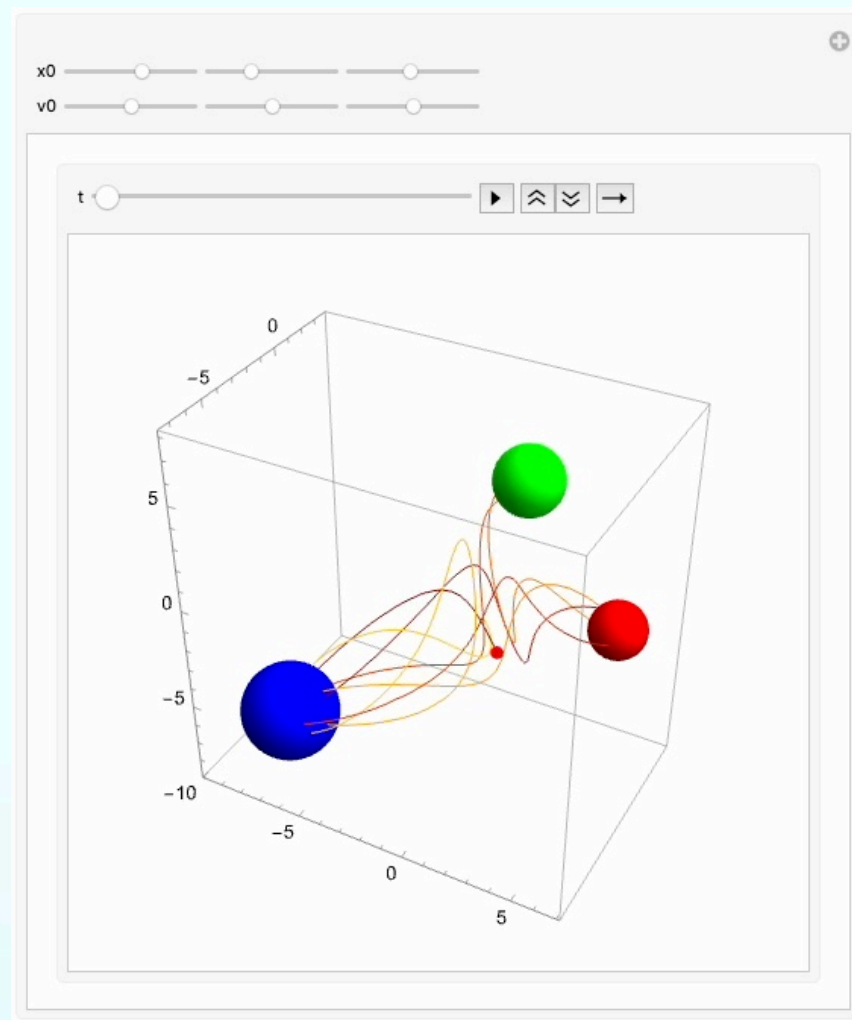
### 3차원 그래프 그리기

- Plot3D[func[x,y],{x,Xmin,Xmax},{y,Ymin,Ymax}]  
 $x_{min}$  부터  $x_{max}$ 까지,  $y_{min}$  부터  $y_{max}$ 까지 func[x,y]를 3차원으로 그림.
- ParametricPlot3D[{fx[u,v],fy[u,v],fz[u,v]},{u,Umin,Umax},{v,Vmin,Vmax}]
  - 다음을 실행해 보시오.  
DensityPlot[Cos[x^2 + y^2] Exp[-(x^2 + y^2)/5], {x, -Pi, Pi}, {y, -Pi, Pi}]
- ContourPlot[func[x,y],{x,Xmin,Xmax},{y,Ymin,Ymax}]  
등고선 그래프
  - 다음을 실행해 보시오  
ContourPlot[Sin[x^2 - y^2], {x, -3, 3}, {y, -3, 3}]



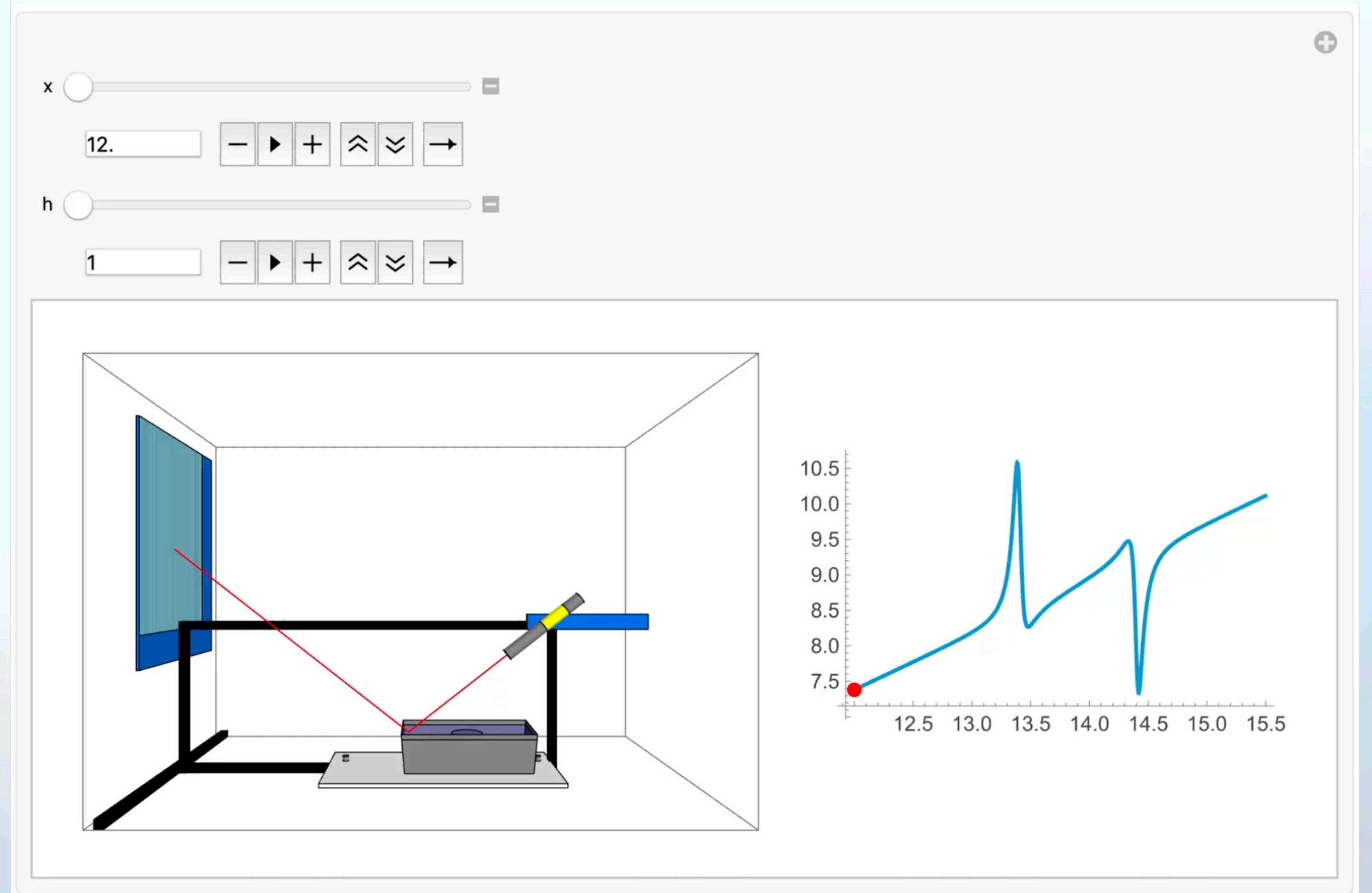
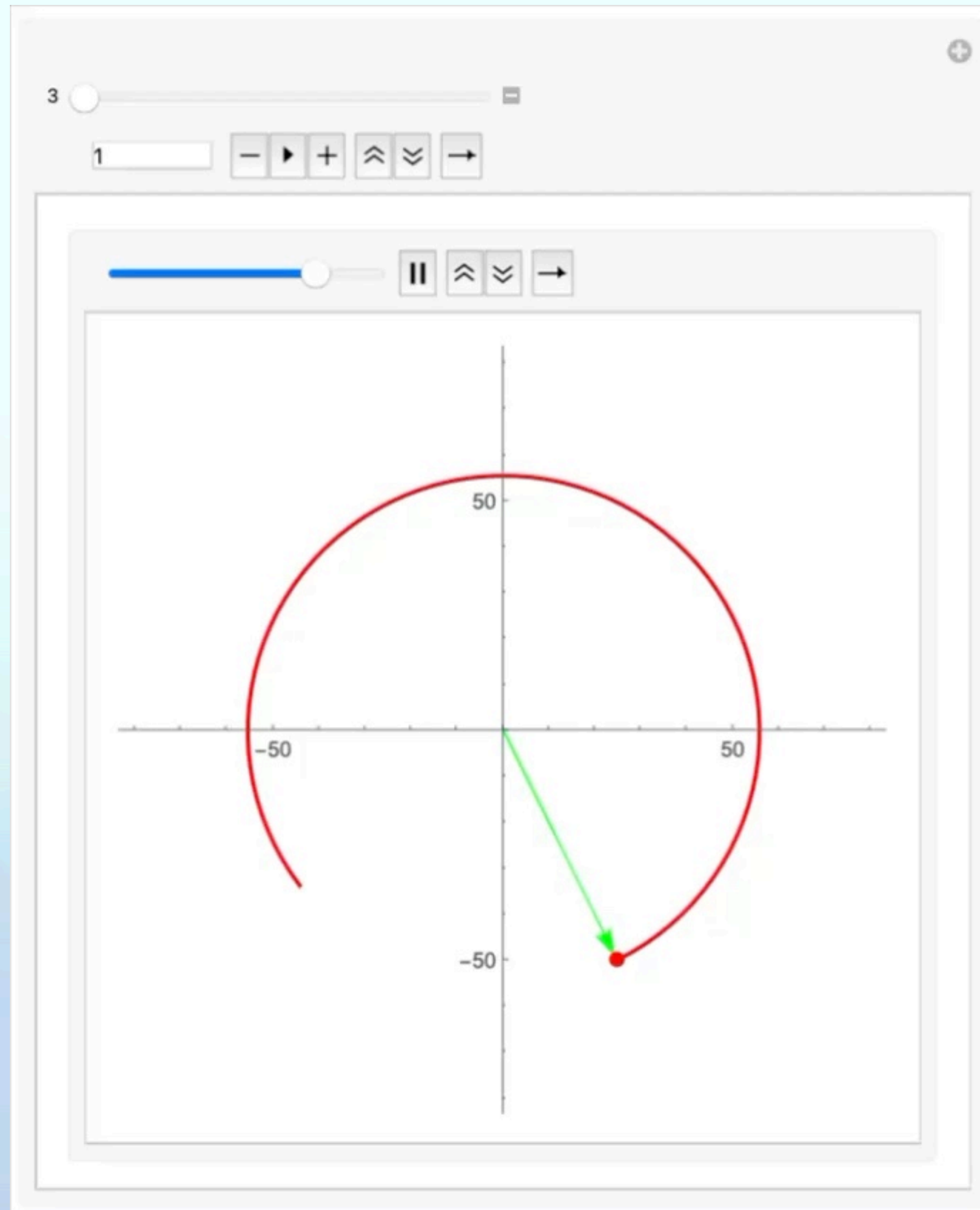
# 학생 수업 결과물

## Mathematica Classes at Seoul Science High School



# 학생 수업 결과물

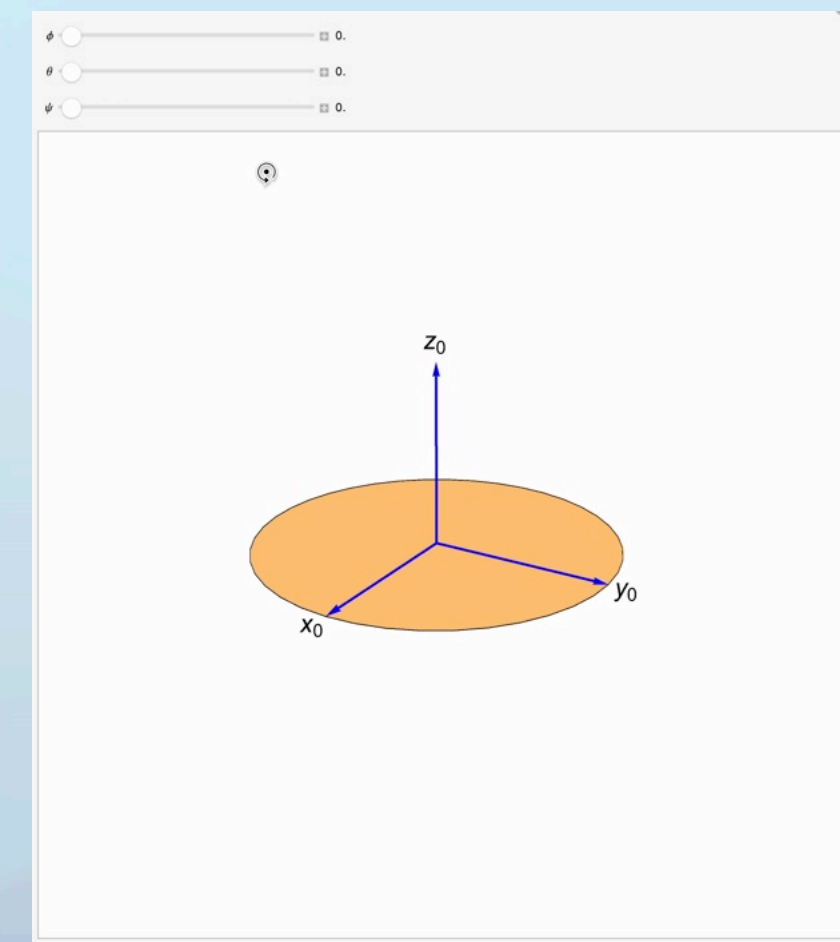
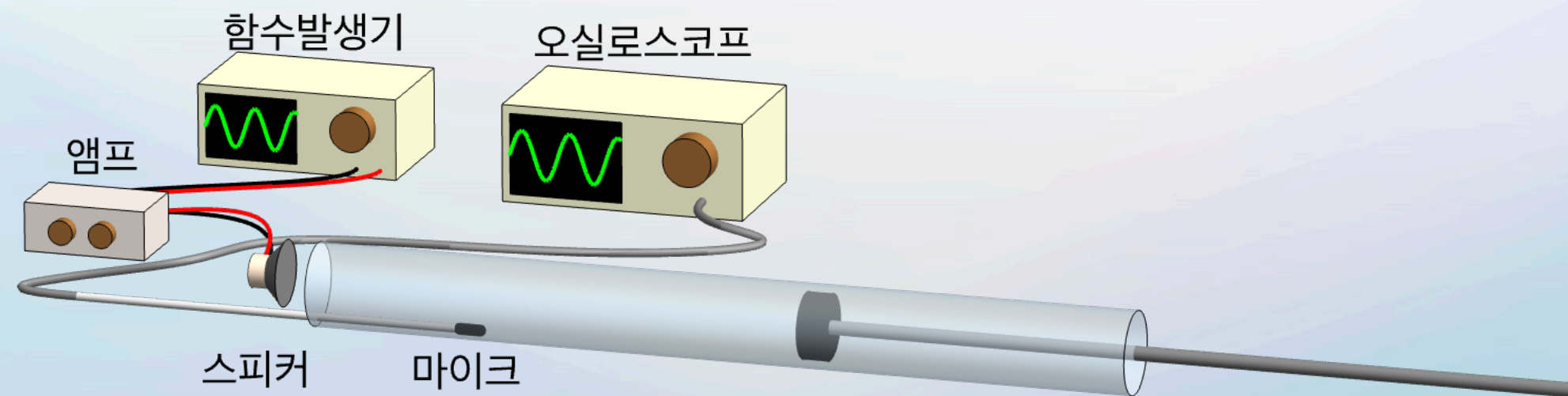
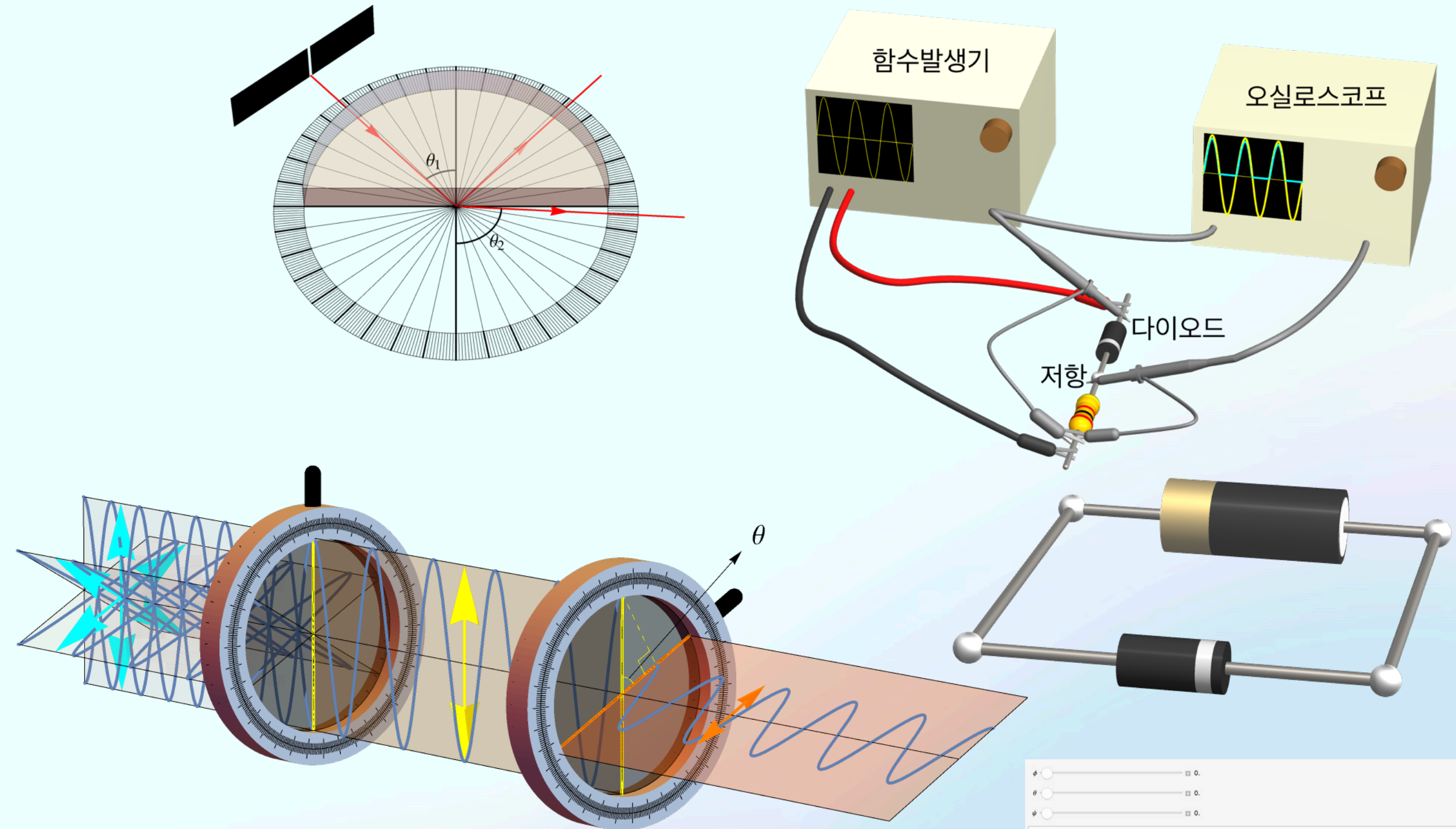
Mathematica Classes at Seoul Science High School



# Mathematica를 활용한 물리 수업

## Mathematica at Physics Classes

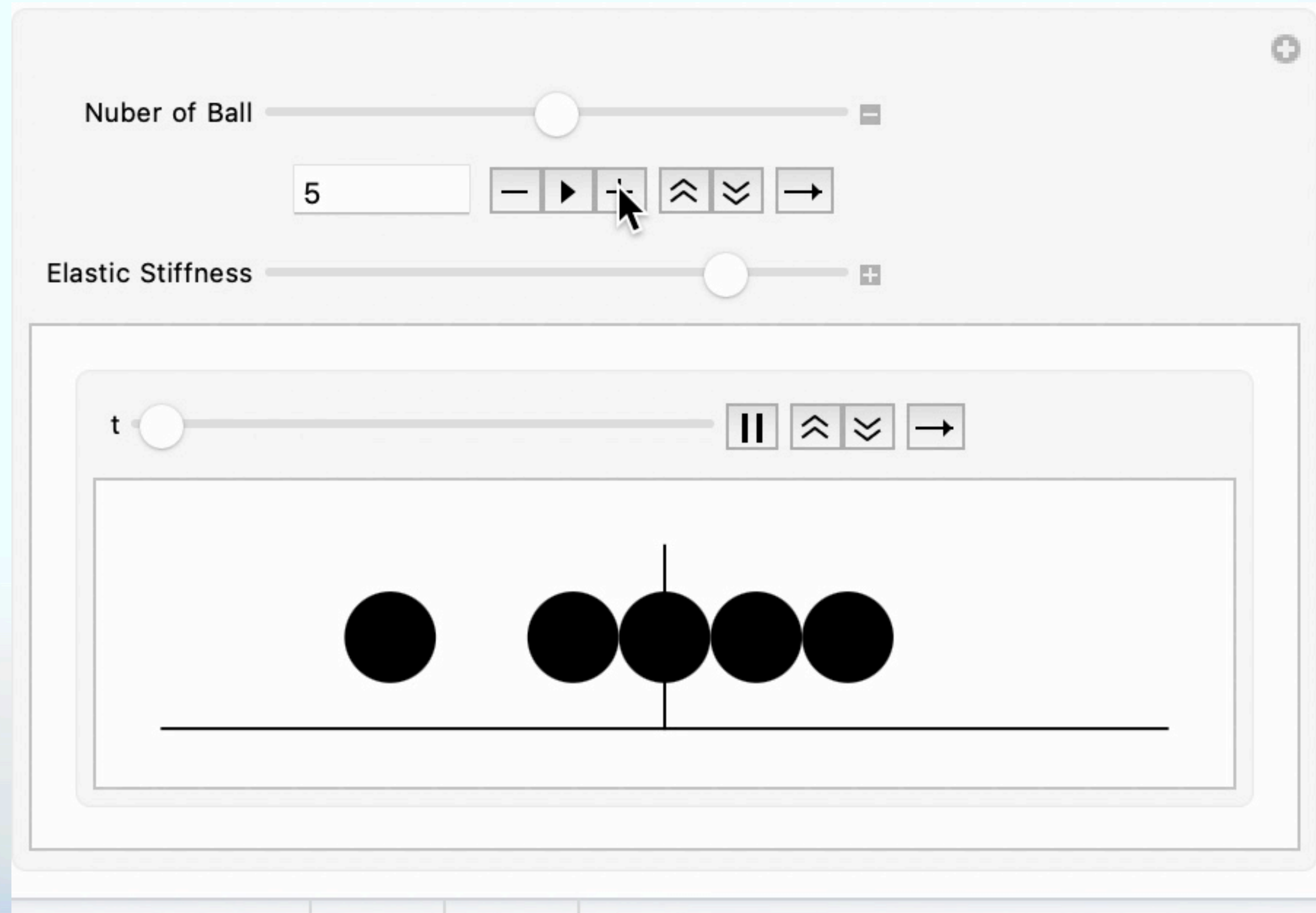
- 물리 시뮬레이션 구현
  - 수업시간에 완벽하게 제어된 실험을 구현하는 것은 어려움.
  - Mathematica의 경우 간단하게 물리 시뮬레이션을 구현할 수 있음.
- 추상적 개념의 시각화
- 교과서 그림



# Mathematica를 활용한 물리 Simulation

## Physics Simulation with Mathematica

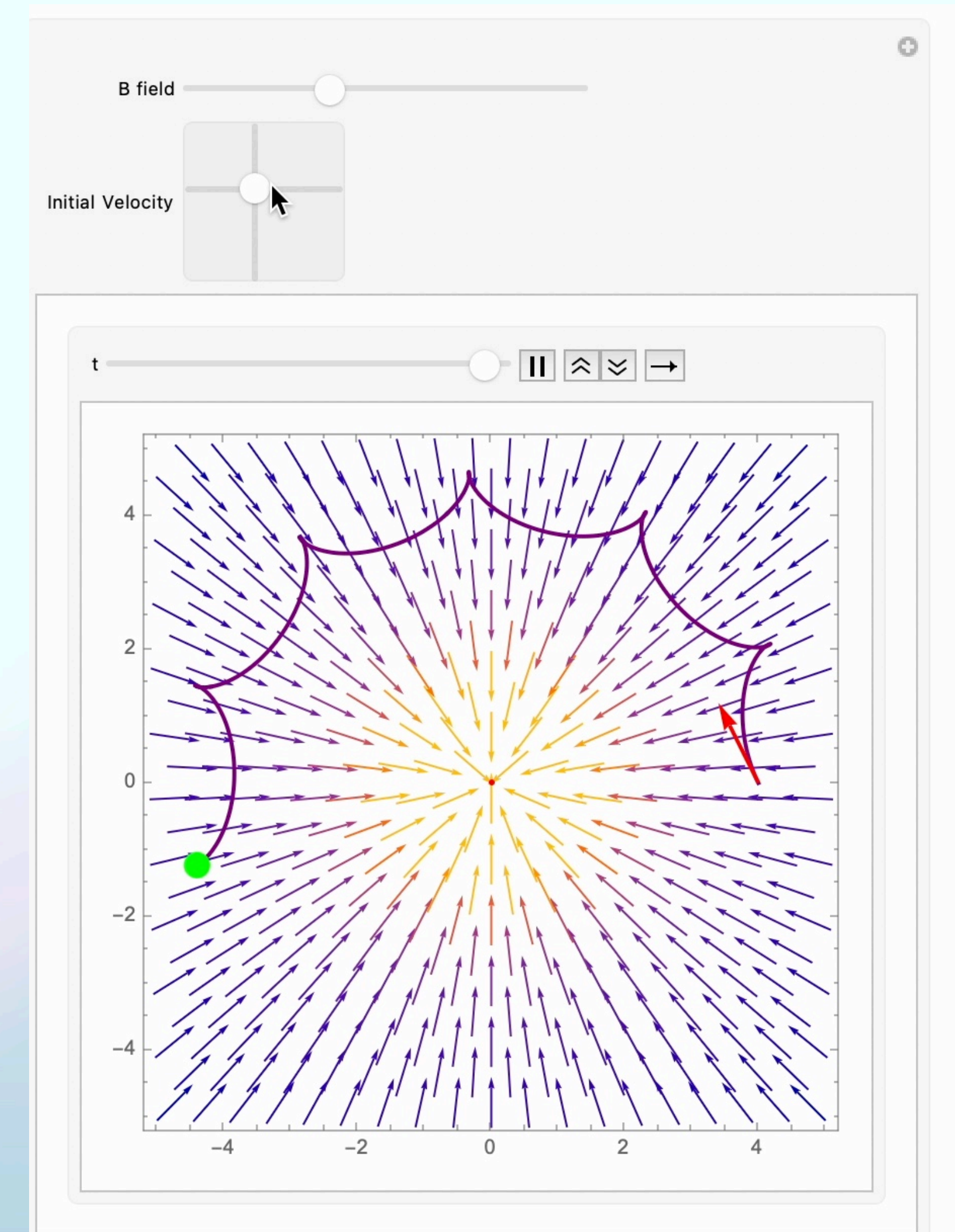
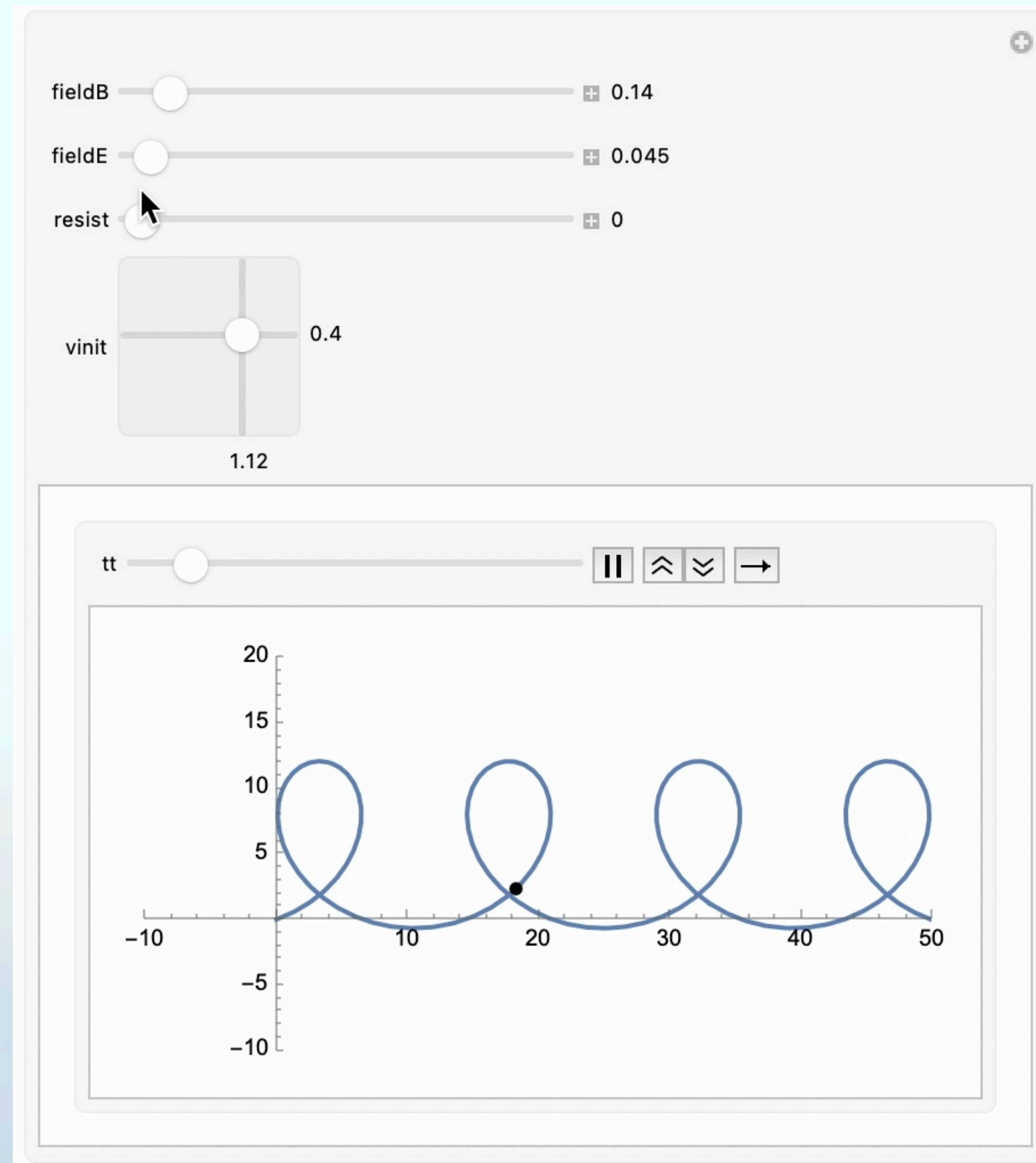
- 역학(Classical Mechanics)
- Newton's Cradle
- 공이 매우 딱딱한 경우만 중간에 공이 멈춰 있을 수 있음.
- NDSolve를 통해 구현.



# Mathematica를 활용한 물리 Simulation

## Physics Simulation with Mathematica

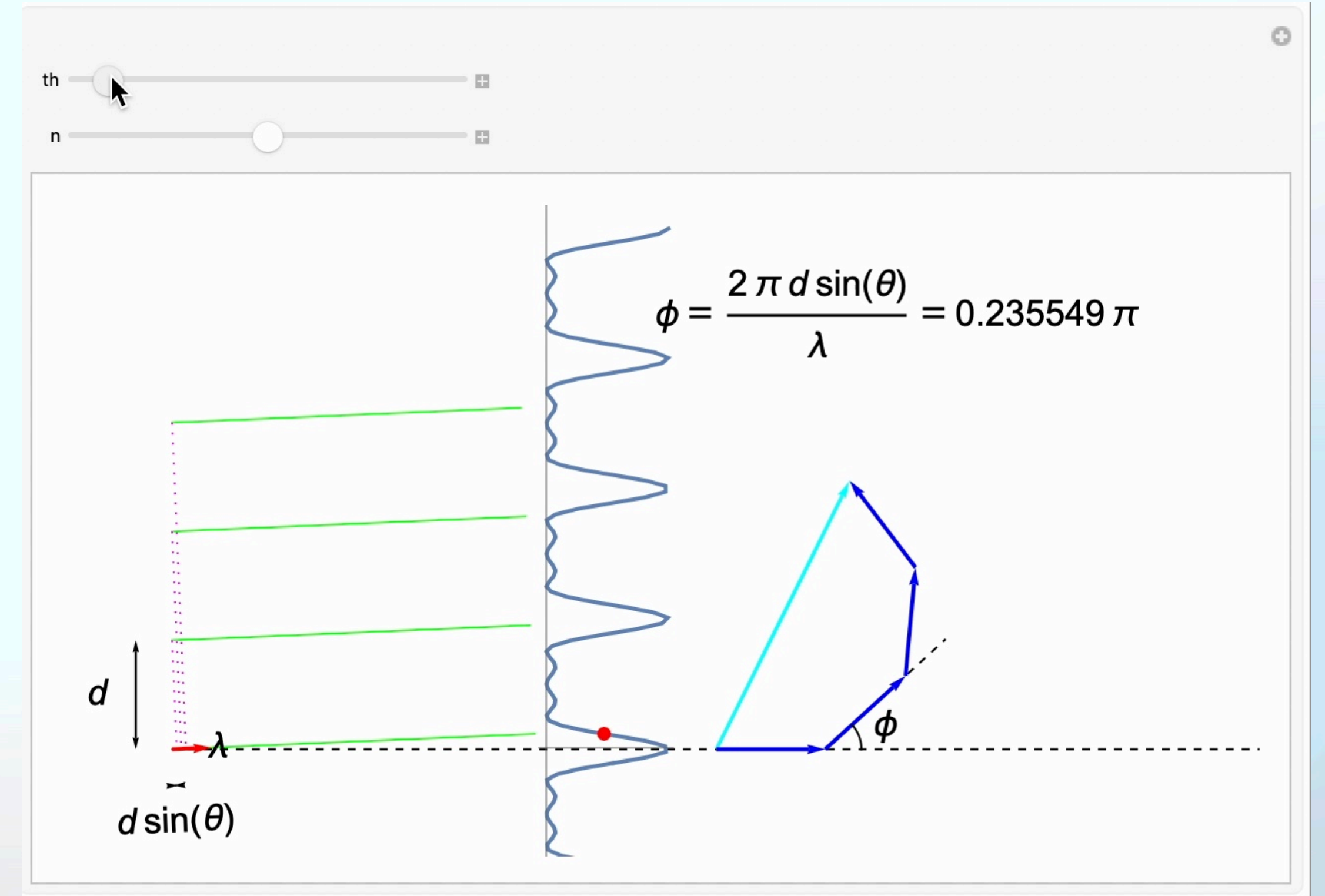
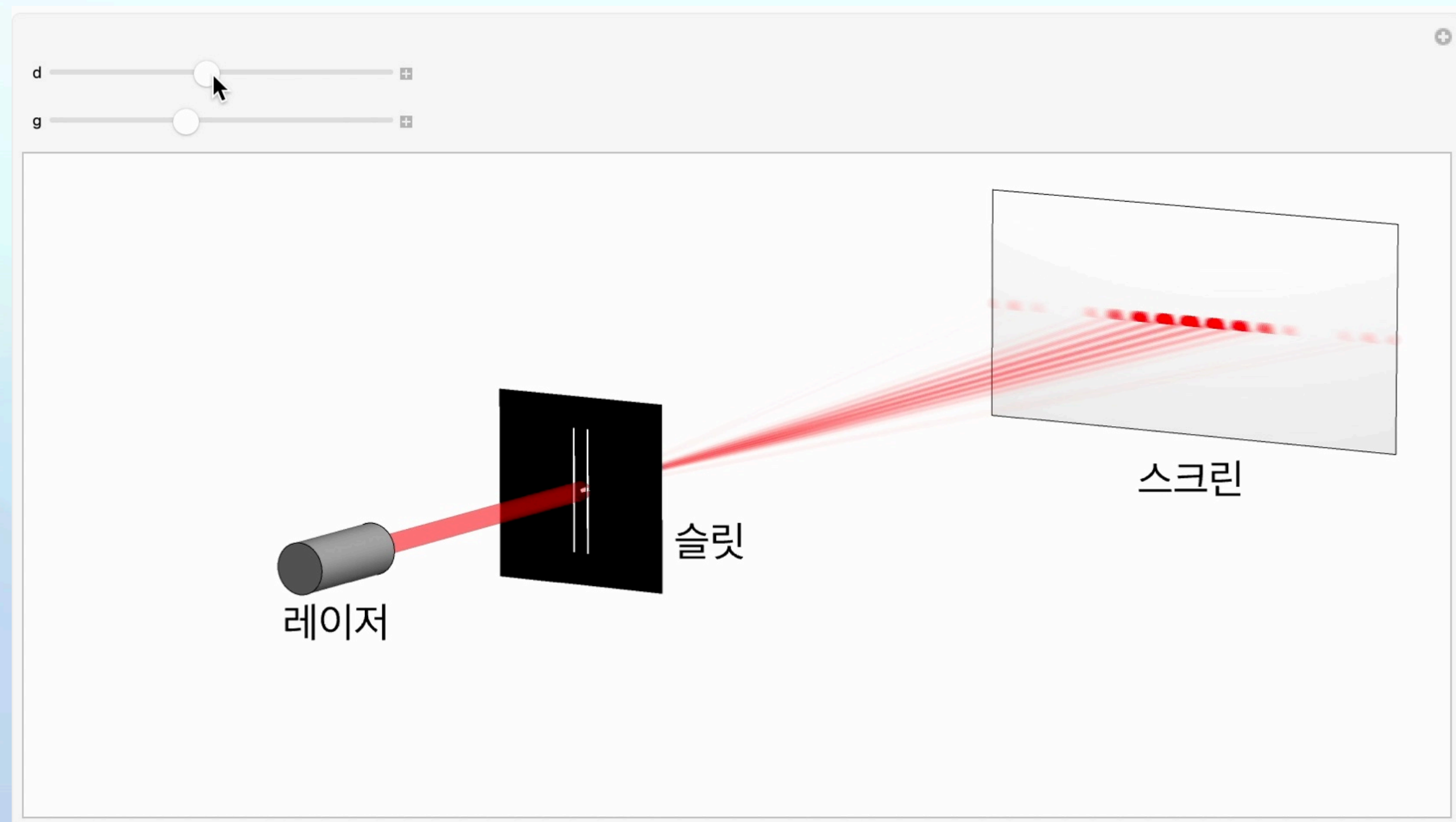
- 전자기학  
(Electromagnetism)
  - 균일한 전기장과 자기장이 걸려 있는 경우.
  - 점전하에 의한 전기장과 균일한 자기장이 걸려 있는 경우.
  - NDSolve를 통해 구현.



# Mathematica를 활용한 물리 Simulation

## Physics Simulation with Mathematica

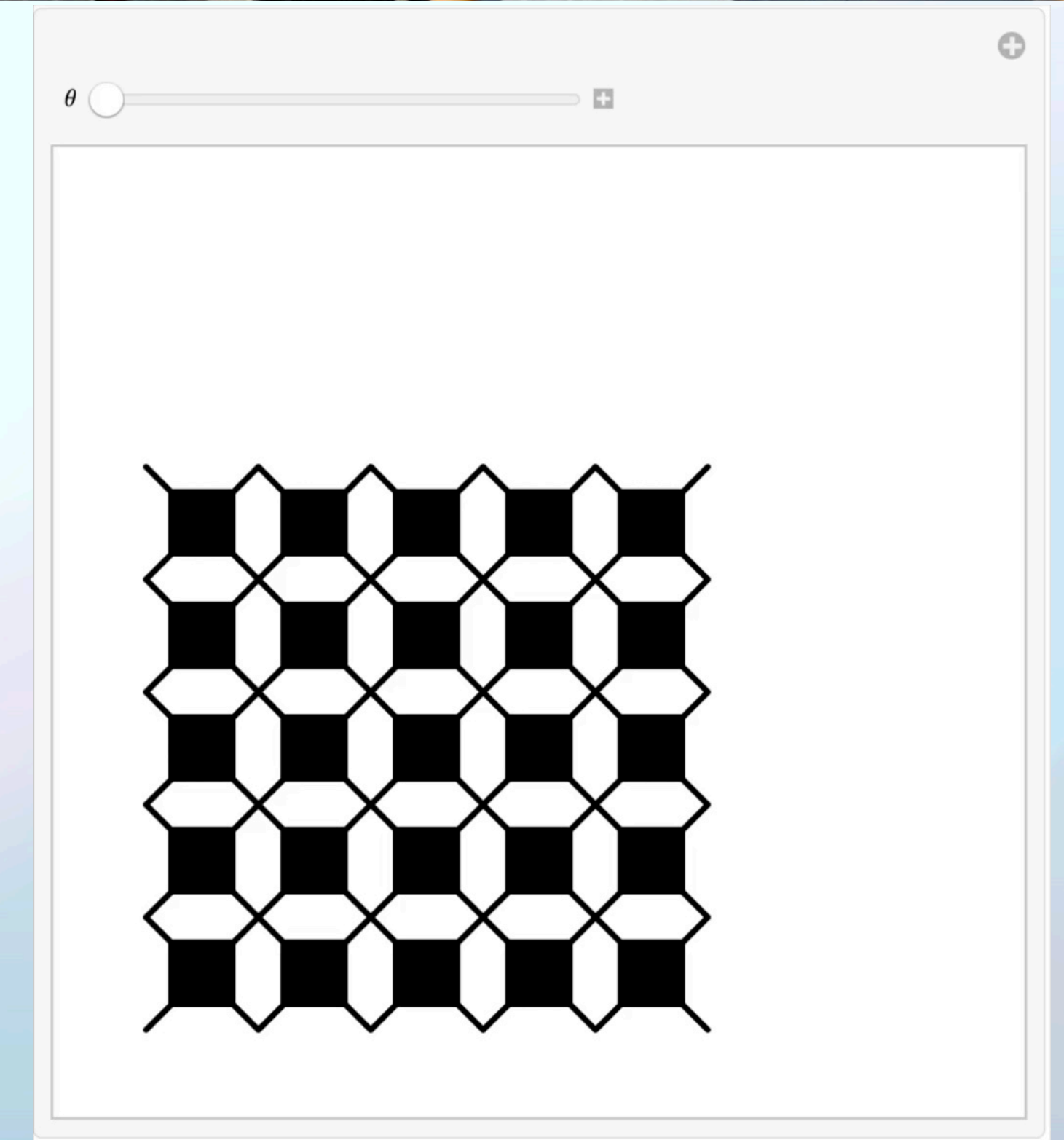
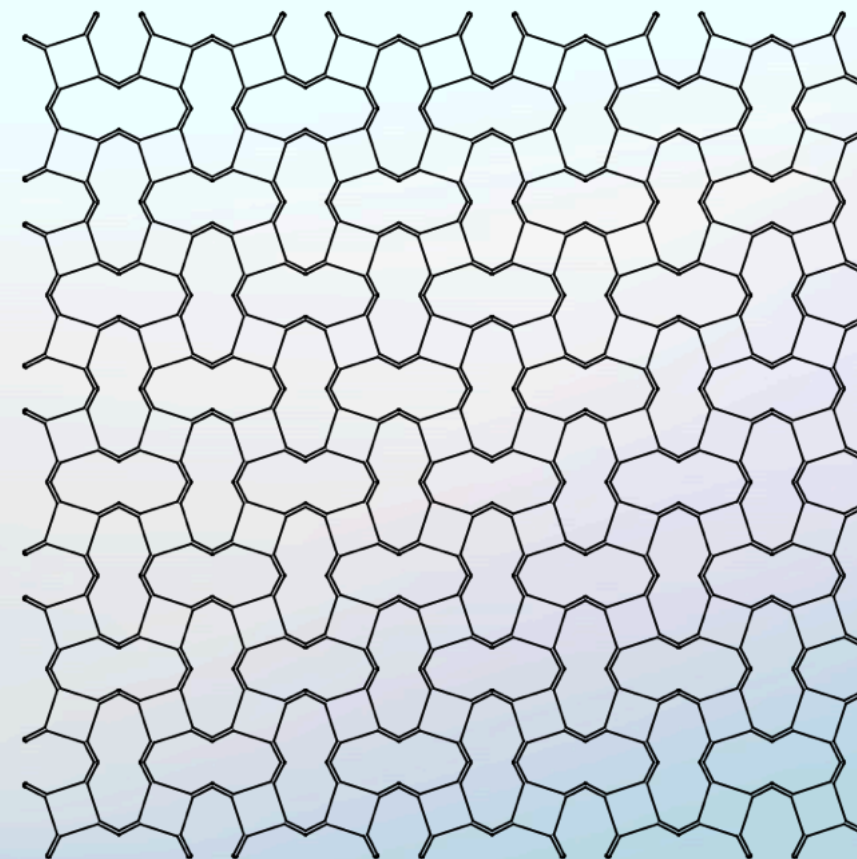
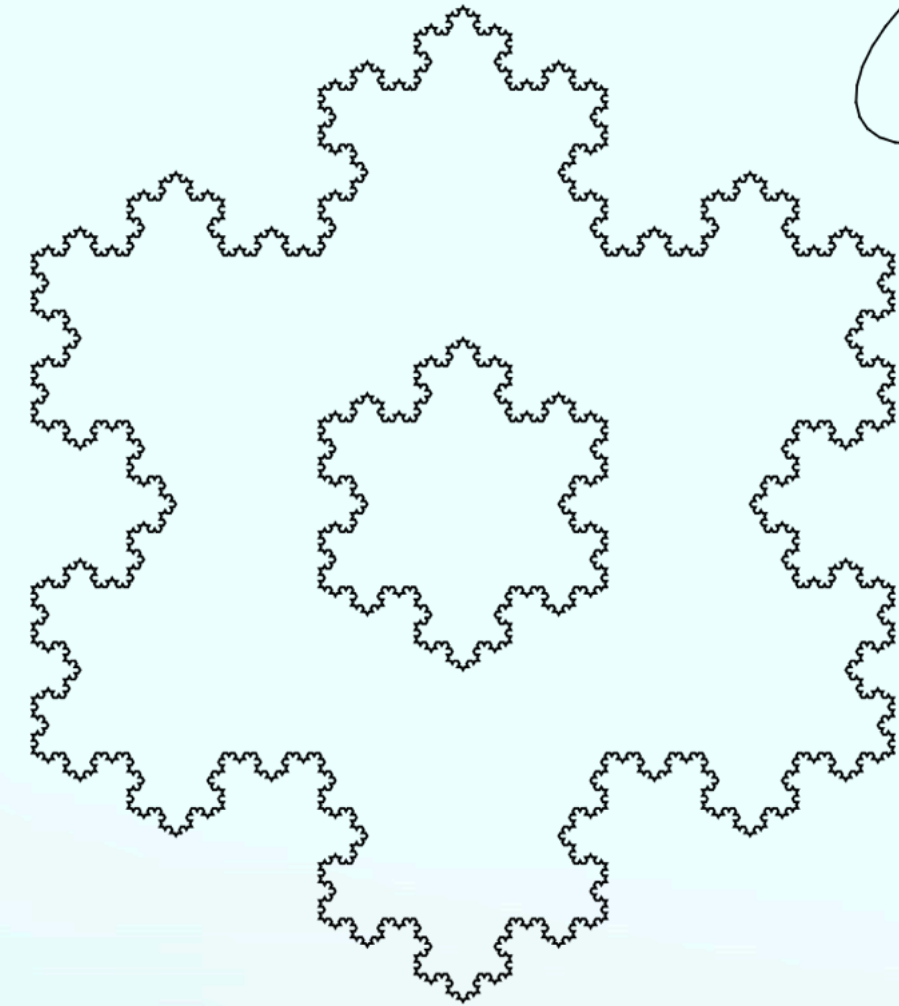
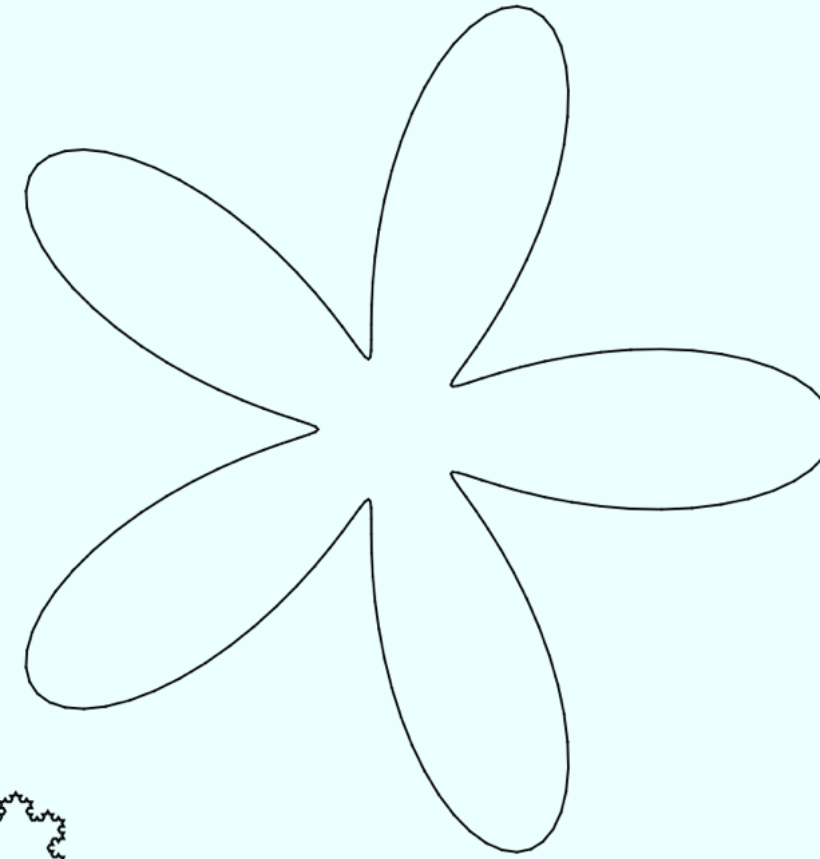
- 광학
  - Double Slit Experiment
  - Phasor Analysis



# Laser Cutter

## 2D Design with Mathematica

- Design with Mathematica
  - 수식 기반 설계
  - 높은 정밀도
  - 복잡한 패턴 생성 용이
    - 프랙탈, 반복 구조
  - 매개변수를 통한 조절 가능



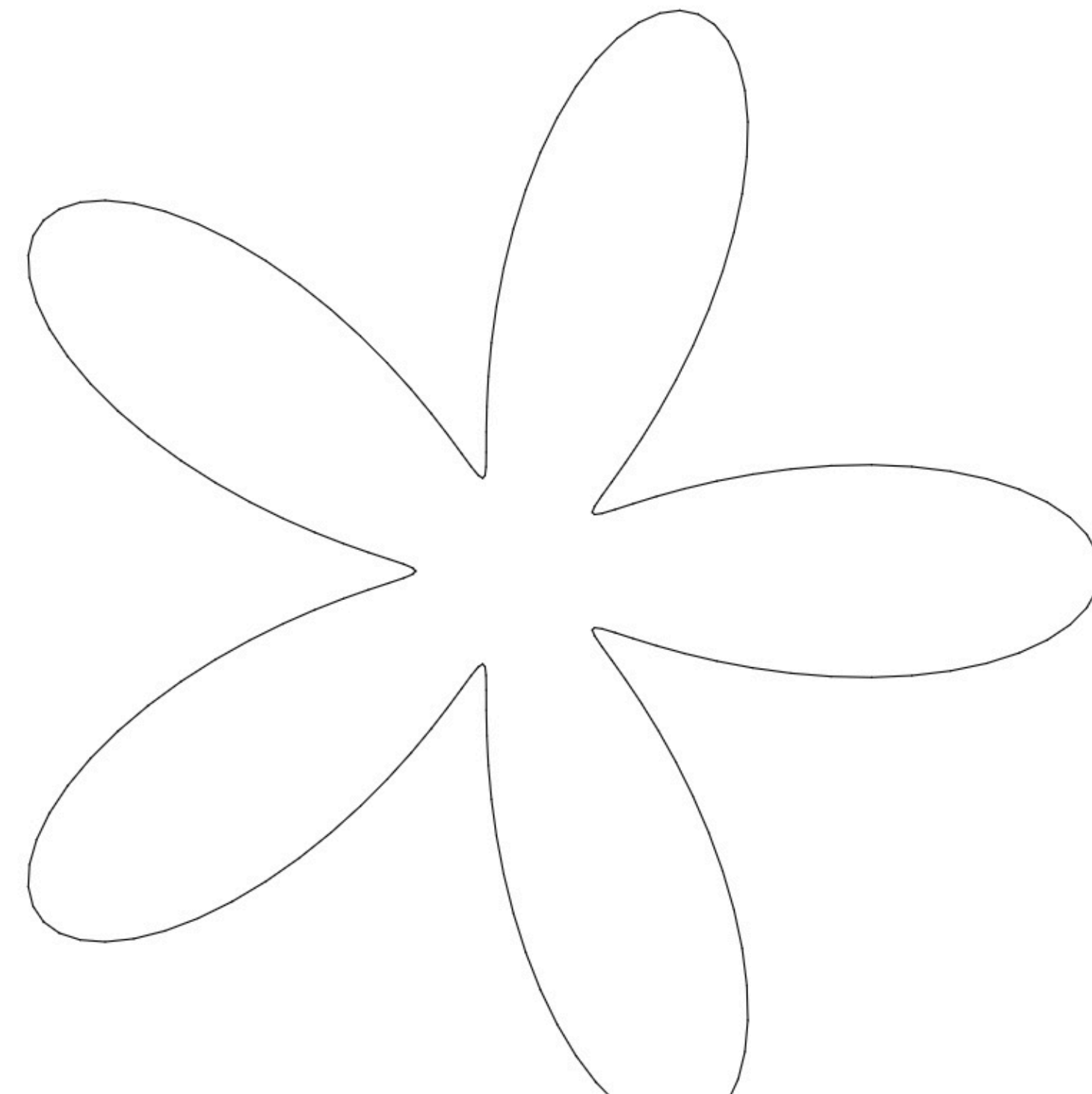
# Laser Cutter

## How to generate DXF file

- Create DXF file
  - Draw 2D Graphics
    - Graphics only with Line, Circle.
    - 2D graph with Plot or Parametric Plot
    - 영역을 나타내는 Rectangle, Disk
      - 영역은 가장자리만 추출
      - BoundaryDiscretizeGraphics : 경계선 추출
      - MeshPrimitives : 선분으로 변환.
  - DXF 파일 출력 : Export["LaserCut.dxf",graphics]

```
In[*]:= g1 = ParametricPlot[r (Cos[2.5  $\theta$ ] ^2 + 0.2) {Cos[ $\theta$ ], Sin[ $\theta$ ]},  
[파라메트릭 플롯] [코사인] [코사인] [사인]  
{ $\theta$ , 0, 2  $\pi$ }, {r, 0, 20}, Frame  $\rightarrow$  None, PlotPoints  $\rightarrow$  50,  
[테두리] [없음] [플롯의 샘플 점]  
Axes  $\rightarrow$  False, Ticks  $\rightarrow$  None, PlotRange  $\rightarrow$  {{-30, 30}, {-30, 30}}];  
[축] [가짜] [눈금] [없음] [플롯 범위]  
g = BoundaryDiscretizeGraphics[g1];  
[그래픽의 경계의 이산화]  
ln = MeshPrimitives[g, 1];  
[메쉬 프리미티브]  
gg = Graphics[ln]  
[그래픽]  
Export["para.dxf", gg]  
[내보내기]
```

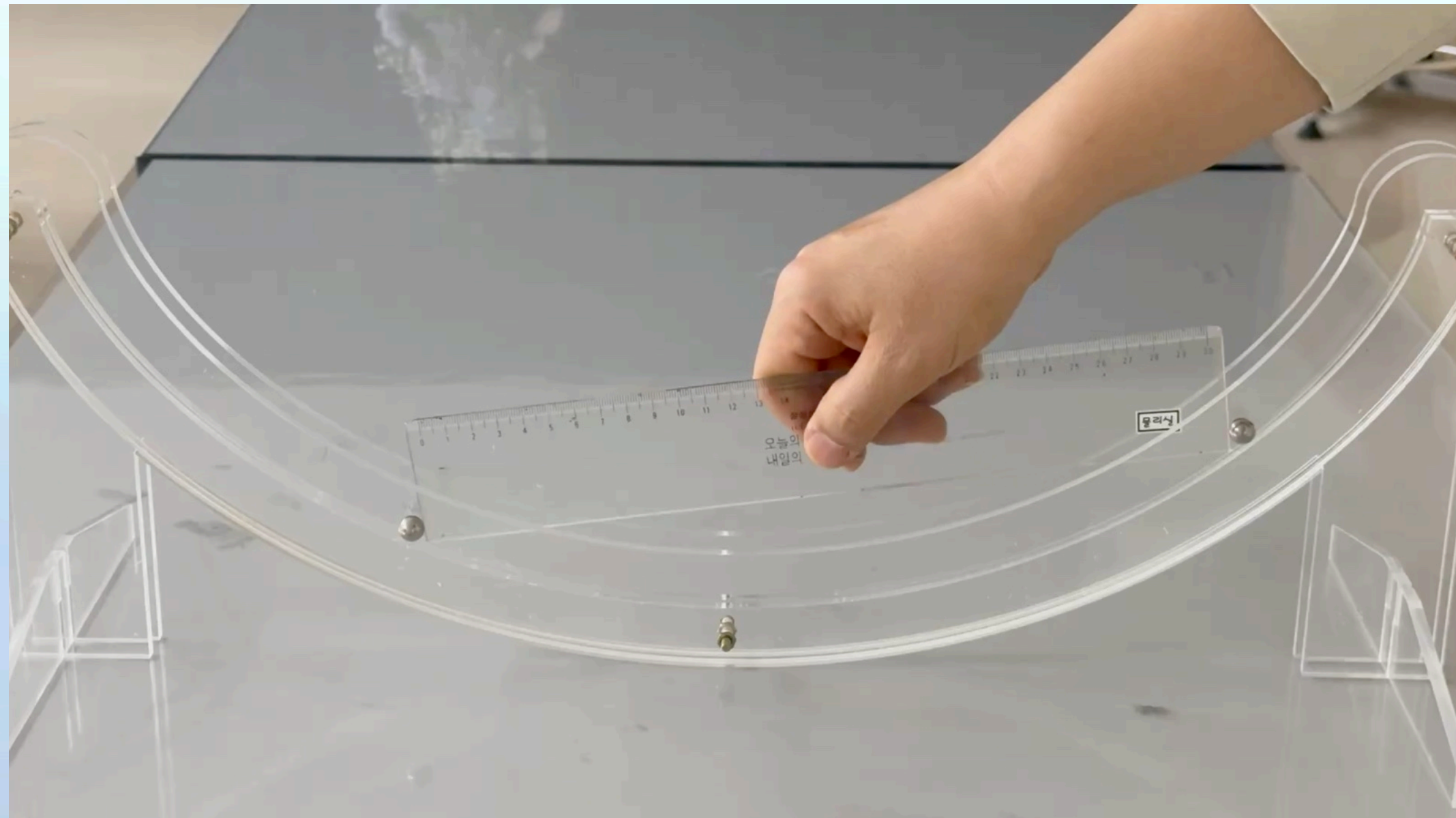
Out[\*]=



# Laser Cutter

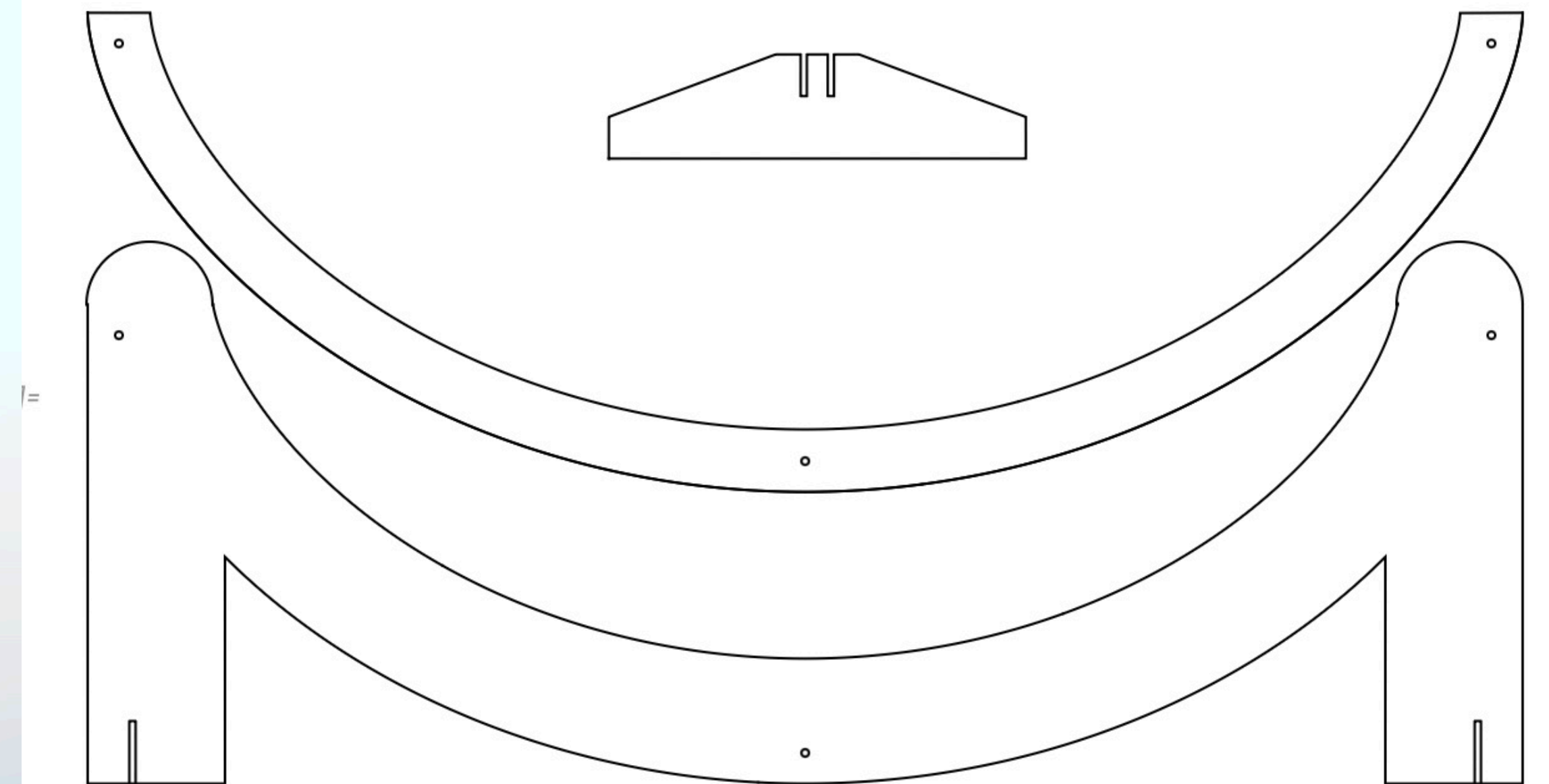
Educational Tools by using Laser Cutter

- Tautochrone Curve (등시곡선)
- Cycloid 함수를 이용 Mathematica로 디자인.



```
RimEnd = {Circle[offset + radius {0, 2}, 30, {0,  $\pi$ ]}, Circle[offset + radius {2  $\pi$ , 2}, 30,  
RimLowLn = Line[RimLowPts];  
RimUpLn = Line[RimUpPts];  
trackPts = Join[{offset2 + {-30, 2 radius}}, cycloidPts, RimLowPts];  
  
holes = {Circle[{15, 2 radius + 15}, 1.5], Circle[{radius  $\pi$  + 30, 15}, 1.5], Circle[{2  $\pi$  r  
holesRim = {Circle[{15, 2 radius + 155}, 1.5], Circle[{radius  $\pi$  + 30, 155}, 1.5], Circle[  
cuts = {Line[{{20, 0}, {20, 30}, {23, 30}, {23, 0}}], Line[{{60 + 2  $\pi$  radius - 23, 0}, {60  
cycloidLn = Line[trackPts];  
(*RimTrack=Join[{{0,0},offset+{-30,2radius}}, {offset+{30+2 $\pi$  radius,2radius},offset  
RimLn = {Line[{{0, 0}, offset + {-30, 2 radius}], RimEnd, RimUpLn,  
Line[Join[{offset + {30 + 2  $\pi$  radius, 2 radius}, offset + {30 + 2  $\pi$  radius, -30}, {30 + R  
legsPts = {{0, 0}, {200, 0}, {200, 20}, {120, 50}, {108, 50}, {108, 30}, {105, 30}, {105,  
legs = {Line[Table[offset3 + legsPts[[i]], {i, 1, Length[legsPts]}]}] (*,Line[Table[offset  
g = Graphics[{cycloidLn, RimLn, holes, holesRim, RimLowLn, legs}, ImageSize -> 600]  
Export["CycloidTrack.dxf", g]
```

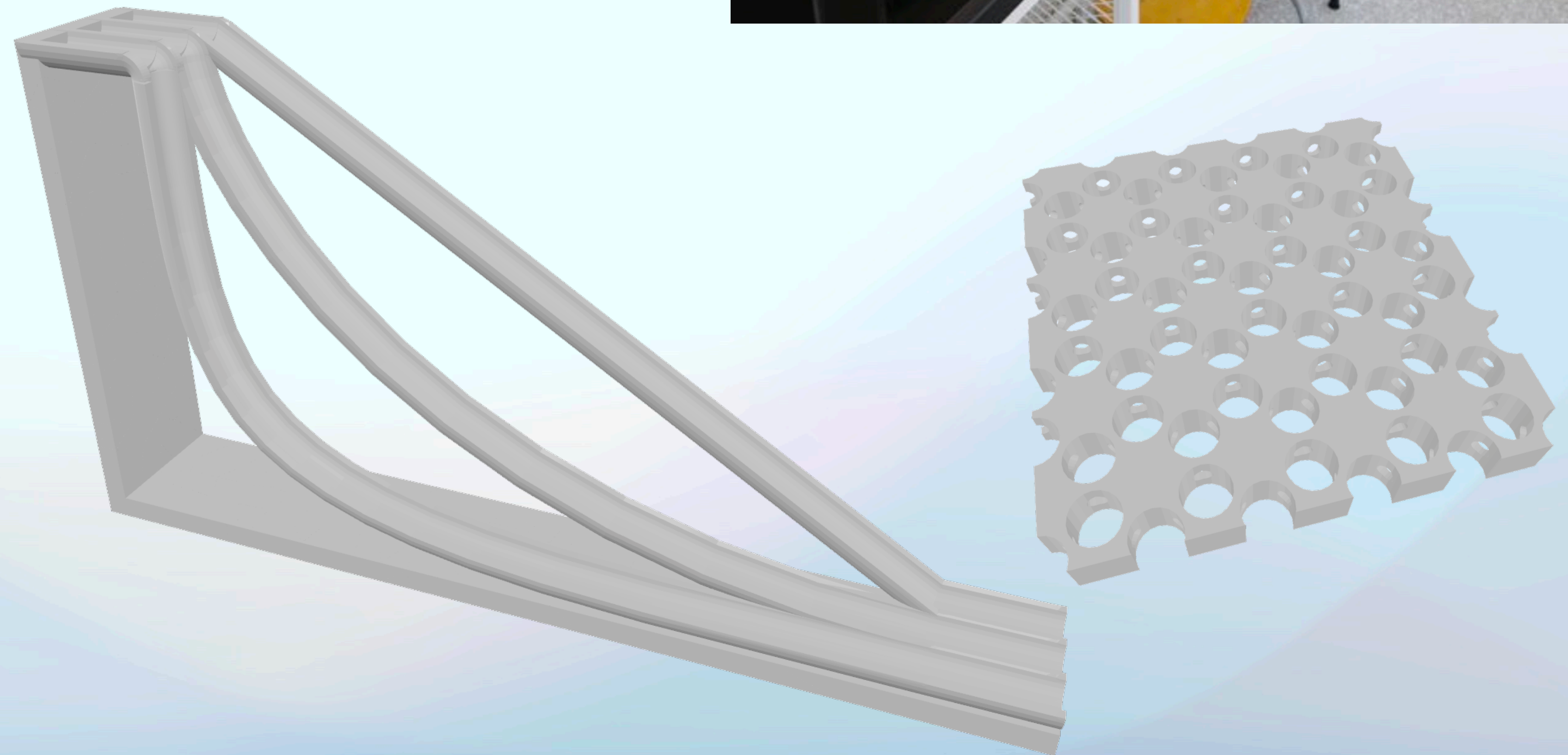
= 100



# 3D Printer

## 3D Design with Mathematica

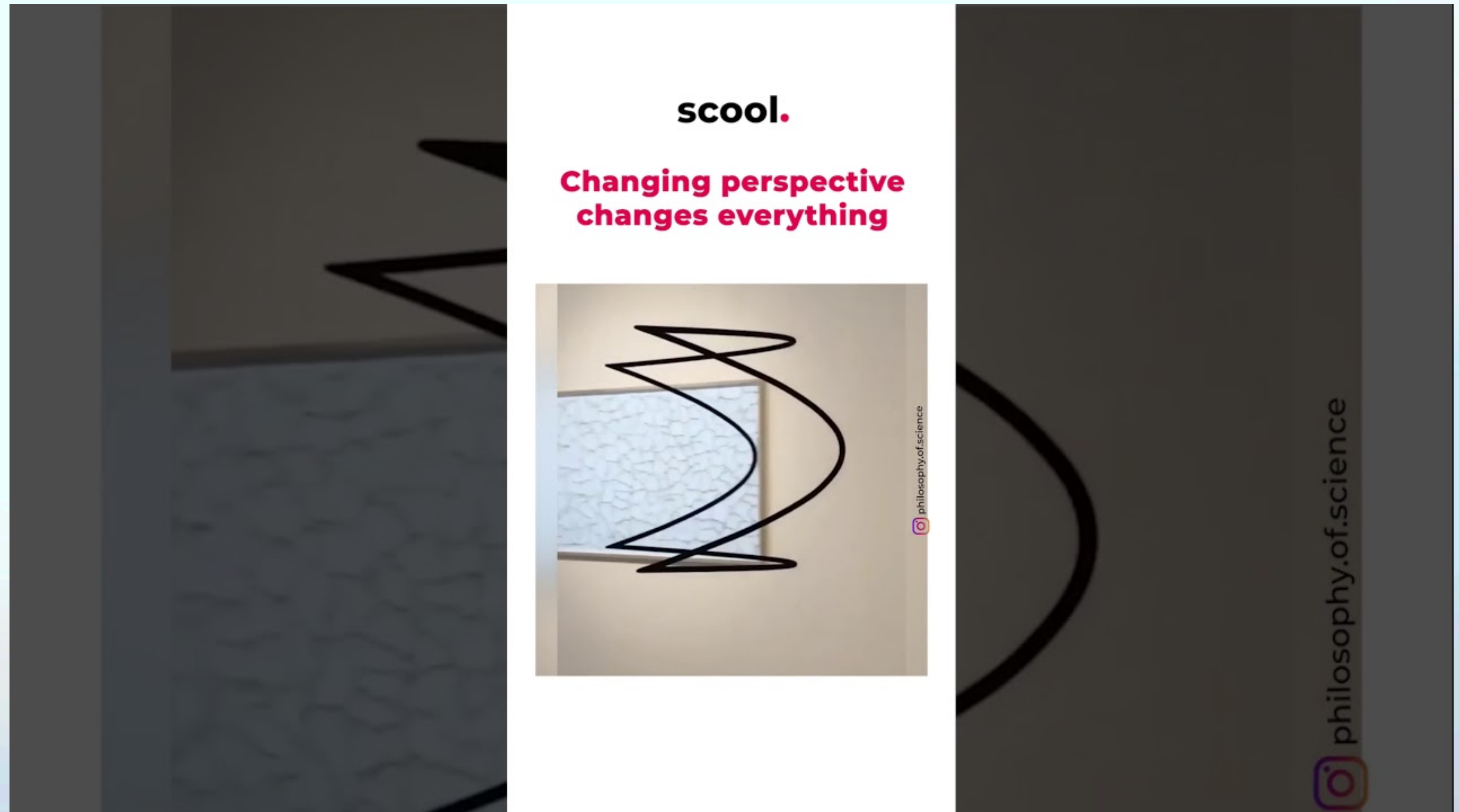
- Design with Mathematica
  - 수식 기반 설계
  - 높은 정밀도
  - 복잡한 패턴 생성 용이
    - 프랙탈, 반복 구조
  - 매개변수를 통한 조절 가능



# 3D Design through Mathematica

3D object designed mathematical conditions

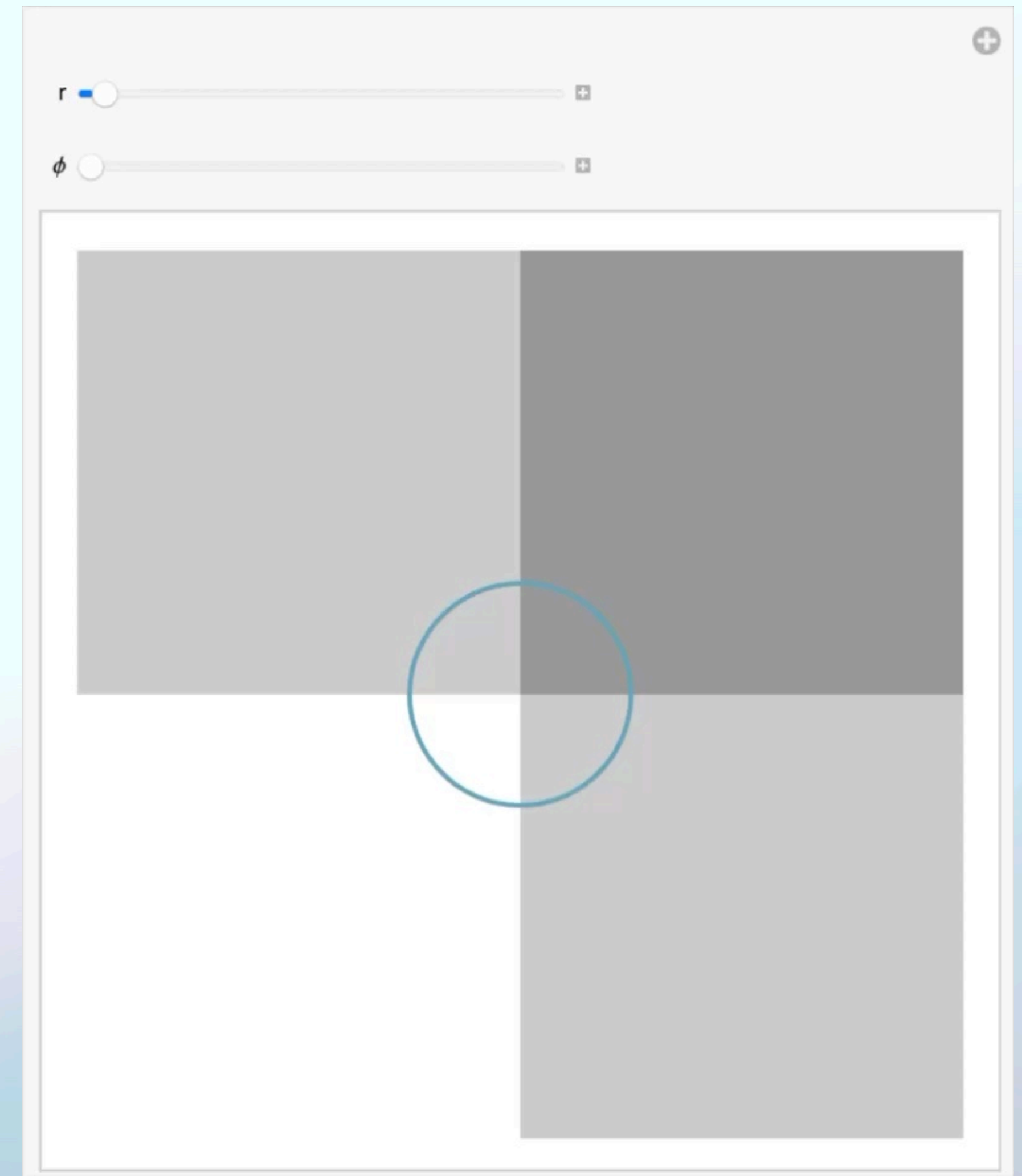
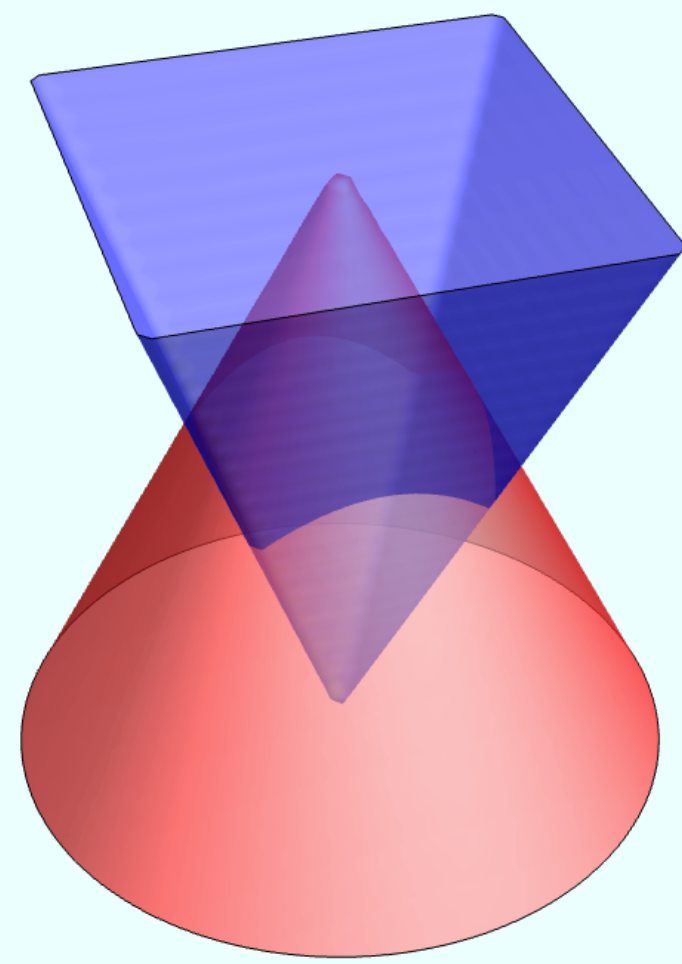
- RegionPlot3D, Region, ParametricPlot3D  
수학적 조건으로 3차원 입체 생성
- DiscretizeGraphics, DiscretizeRegion  
파일 생성을 원활하게 하기 위해 이산화.
- Printout3D, Export - STL 파일로 변환



# 3D Design through Mathematica

3D object designed mathematical conditions

- RegionPlot3D, Region, ParametricPlot3D  
수학적 조건으로 3차원 입체 생성
- DiscretizeGraphics, DiscretizeRegion  
파일 생성을 원활하게 하기 위해 이산화.
- Export - STL 파일로 변환



# Summary

## From Mathematical Equation to Real World

- Mathematica as a unified educational tool
  - Modeling : Represent physical and mathematical systems with precise equations.
  - Visualization : High Quality, 2D and 3D graphics
  - Simulation : Explore system behavior through interactive and dynamical controls.
  - Design : Create parametric structures based on mathematical definitions.
  - Fabrication : Export for Laser Cutter, 3D Printer